

数学Ⅲ第7章 「積分法」 その24

続けて数学Ⅱの復習です

【例題】 積分方程式置換型と名付ける
次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = x + \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt$$

【例題】 積分方程式置換型と名付ける

次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = x + \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt$$

微分型と違うのは
ここに x がないこと

【例題】 積分方程式置換型と名付ける

次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = x + \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt$$

計算結果は定数になる
→よってこれを文字で置き換える

【例題】

$$\int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt = a$$

とおく

【例題】

$$\int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt = a$$

とおく

このとき与式は

$$f(x) = x + a$$

となる

【例題】

このとき

$$a = \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt$$

【例題】

このとき

$$\begin{aligned} a &= \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt \\ &= \int_0^{\pi} (t + a) \sin t \, dt \end{aligned}$$

【例題】

このとき

$$a = \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt$$

$$= \int_0^{\pi} (t + a) \sin t \, dt$$

部分積分です

$$= [(t + a)(-\cos t)]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} (t + a)'(-\cos t) \, dt$$

【例題】

このとき

$$a = \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt$$

$$= \int_0^{\pi} (t + a) \sin t \, dt$$

$$= [(t + a)(-\cos t)]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} (t + a)'(-\cos t) \, dt$$

$$= \pi + 2a + [\sin t]_0^{\pi}$$

【例題】

$$\begin{aligned} a &= \pi + 2a + [\sin t]_0^\pi \\ &= \pi + 2a \end{aligned}$$

【例題】

$$\begin{aligned} a &= \pi + 2a + [\sin t]_0^\pi \\ &= \pi + 2a \end{aligned}$$

つまり

$$a = -\pi$$

よって

$$f(x) = x - \pi$$

【練習タイム】

教科書の練習 28 をやってみよう

答えは次のページ

【答え】

$$f(x) = \sin x - \frac{2}{\pi - 2}$$

【課題】

4 STEPの

4 3 1

をやりましょう