

①×4点 ②×10点 それ以外 6点

【目標時間 30分】

できない問題があったらもう一度教科書を見て復習する!

① 次の式を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に表せ。ただし、 $r > 0$, $-\pi < \alpha < \pi$ とする。

(1) $-\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$

(2) $-\sin \theta + \cos \theta$

(3) $\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta$

(4) $\sqrt{6} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta$

② 関数 $y = 2 \sin x + 3 \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$) の最大値, 最小値を求めよ。

③ $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 次の方程式, 不等式を解け。

(1) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$

(2) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$

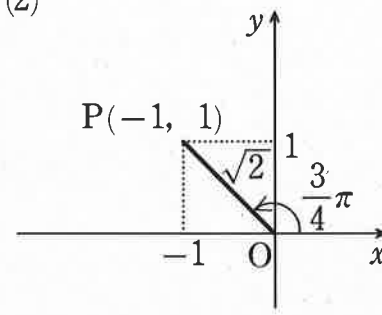
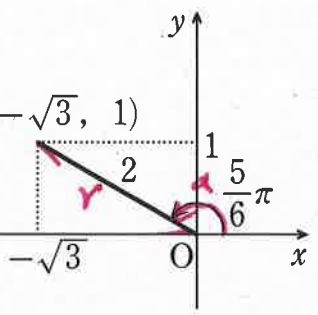
(3) $\sin x \geq \sqrt{3} \cos x$

(4) $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) > 1$

1 (1) 図から $-\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2 \sin \left(\theta + \frac{5}{6} \pi \right)$

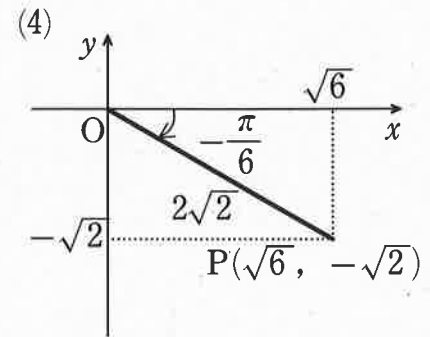
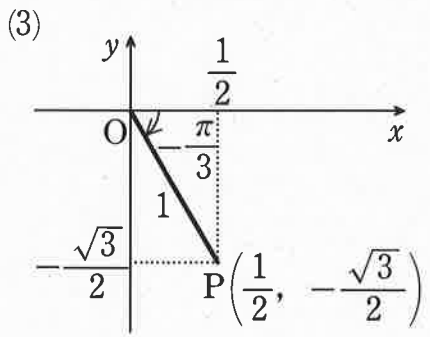
(2) 図から $-\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{3}{4} \pi \right)$

手順
 ① $a \sin \theta + b \cos \theta$
 ② $(0, \pi)$ の点を $P(-\sqrt{3}, 1)$
 ③ r の長さを求める。
 ④ α の値を求める
 ⑤ $r \sin(\theta + \alpha)$ に代入する



(3) 図から $\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta = \sin \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right)$

(4) 図から $\sqrt{6} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta = 2\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right)$



2 $2 \sin x + 3 \cos x = \sqrt{13} \sin(x + \alpha)$

ただし

$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}, \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$

$0 \leq x < 2\pi$ より $-1 \leq \sin(x + \alpha) \leq 1$

よって $-\sqrt{13} \leq y \leq \sqrt{13}$

したがって 最大値は $\sqrt{13}$, 最小値は $-\sqrt{13}$

×-可し α が求まるとは限らない。
 その場合は α は \sin, \cos の値から決まる。と書いておく

③ (1) 左辺の三角関数を合成すると $2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

よって $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ ①

$0 \leq x < 2\pi$ のとき, $-\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} < \frac{11}{6}\pi$ であるから, この範囲で①を解くと

$$x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \quad \text{または} \quad x - \frac{\pi}{6} = \frac{5}{6}\pi$$

よって $x = \frac{\pi}{3}, \pi$



(2) 左辺の三角関数を合成すると $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$

よって $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ①

$0 \leq x < 2\pi$ のとき, $\frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$ であるから, この範囲で①を解くと

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4}\pi \quad \text{または} \quad x + \frac{\pi}{3} = \frac{9}{4}\pi$$

よって $x = \frac{5}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi$

(3) $\sin x \geq \sqrt{3} \cos x$ から $\sin x - \sqrt{3} \cos x \geq 0$

左辺の三角関数を合成すると $2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq 0$

よって $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ ①

$0 \leq x < 2\pi$ のとき, $-\frac{\pi}{3} \leq x - \frac{\pi}{3} < \frac{5}{3}\pi$ であるから, この範囲で①を解くと

$$0 \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \pi$$

よって $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}\pi$

(4) 左辺の三角関数を合成すると, $2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) > 1$

よって $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) > \frac{1}{2}$ ①

$0 \leq x < 2\pi$ のとき, $\frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi$ であるから, この範囲で①を解くと

$$\frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} < \frac{5}{6}\pi, \quad \frac{13}{6}\pi < x + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi$$

よって $0 \leq x < \frac{7}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi < x < 2\pi$