確認テスト（第２節　加法定理 No. 2）（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$，$\boxed{2}$ ×７点　それ以外　３点

【目標時間 40 分】
できない問題があったらもう一度教科書を見て復習する！

$\boxed{1}$ 三角関数の２倍角の公式を答えよ。

$\boxed{2}$ 三角関数の半角の公式を答えよ。

$\boxed{3}$ 次の等式を証明せよ。

(1) $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=1-\sin 2\alpha$　　(2) $\dfrac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha}=\dfrac{2\tan\alpha}{\tan 2\alpha}$

$\boxed{4}$ 半角の公式を使って，次の値を求めよ。

(1) $\sin\dfrac{\pi}{12}$　　(2) $\cos\dfrac{5}{8}\pi$　　(3) $\tan\dfrac{3}{8}\pi$

$\boxed{5}$ $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ で，$\sin\alpha=\dfrac{12}{13}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos 2\alpha$　　(2) $\sin 2\alpha$　　(3) $\cos\dfrac{\alpha}{2}$　　(4) $\sin\dfrac{\alpha}{2}$

$\boxed{6}$ $\tan\alpha=-5$ のとき，$\tan 2\alpha$ の値を求めよ。

$\boxed{7}$ $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1) $2\sin^2\theta+5\cos\theta+1=0$　　(2) $2\cos^2\theta\geqq 3\sin\theta$

確認テスト（第２節　加法定理 No. 2）（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$

$\sin 2\theta = \sin(\theta+\theta) = \sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta = \cos(\theta+\theta) = \cos\theta\cos\theta - \sin\theta\sin\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ —(#)

(#)の $\sin^2\theta \to 1-\cos^2\theta$ に変形．(#) $= \cos^2\theta - (1-\cos^2\theta) = 2\cos^2\theta - 1$

(#)の $\cos^2\theta \to 1-\sin^2\theta$ に変形．(#) $= (1-\sin^2\theta) - \sin^2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

$$\tan 2\theta = \frac{\tan\theta + \tan\theta}{1-\tan\theta\tan\theta} = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

公式を作りながら暗記する

$\boxed{2}$ $\boxed{1}$より

$1-2\sin^2\theta = \cos 2\theta$　∴ $\sin^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$　∴ $\sin^2\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{1-\cos\theta}{2}$

$2\cos^2\theta - 1 = \cos 2\theta$　∴ $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$　∴ $\cos^2\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{1+\cos\theta}{2}$

$$\tan^2\frac{\theta}{2} = \frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\cos^2\frac{\theta}{2}} = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$$

$\boxed{3}$ (1)　左辺 $= \sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha$

$= 1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = 1 - \sin 2\alpha$

＝右辺

よって　$(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$

(2)　右辺 $= \dfrac{2\tan\alpha}{\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}} = 1 - \tan^2\alpha$

$= 1 - \left(\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)^2 = \dfrac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$= \dfrac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha} =$ 左辺

よって　$\dfrac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{2\tan\alpha}{\tan 2\alpha}$

$\boxed{4}$ (1) $\sin^2\frac{\pi}{12}=\dfrac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{2}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{2-\sqrt{3}}{4}$

$\sin\frac{\pi}{12}>0$ であるから

$$\sin\frac{\pi}{12}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

参考　$a>b>0$ のとき

$$\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

思い出そう！

であるから，(1) の答えは２重根号をはずして，次のように表すこともできる。

$$\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}=\frac{\sqrt{8-2\sqrt{12}}}{4}$$

$$=\frac{\sqrt{(6+2)-2\sqrt{6\cdot 2}}}{4}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

(2) $\cos^2\frac{5}{8}\pi=\dfrac{1+\cos\frac{5}{4}\pi}{2}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

$\cos\frac{5}{8}\pi<0$ であるから

$$\cos\frac{5}{8}\pi=-\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}=-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

複雑な計算だけど正確に！

(3) $\tan^2\frac{3}{8}\pi=\dfrac{1-\cos\frac{3}{4}\pi}{1+\cos\frac{3}{4}\pi}=\dfrac{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$$=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=(\sqrt{2}+1)^2$$

$\tan\frac{3}{8}\pi>0$ であるから　$\tan\frac{3}{8}\pi=\sqrt{2}+1$

$\boxed{5}$ (1) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2\times\left(\dfrac{12}{13}\right)^2 = -\dfrac{119}{169}$

(2) $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ であるから　$\cos\alpha > 0$

よって　$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\dfrac{12}{13}\right)^2} = \dfrac{5}{13}$

したがって　$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$$= 2\times\frac{12}{13}\times\frac{5}{13} = \frac{120}{169}$$

(3) $\cos^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1+\cos\alpha}{2} = \dfrac{1+\dfrac{5}{13}}{2} = \dfrac{9}{13}$

$0 < \dfrac{\alpha}{2} < \dfrac{\pi}{4}$ であるから　$\cos\dfrac{\alpha}{2} > 0$

よって　$\cos\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{9}{13}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$

(4) $\sin^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1-\cos\alpha}{2} = \dfrac{1-\dfrac{5}{13}}{2} = \dfrac{4}{13}$

$0 < \dfrac{\alpha}{2} < \dfrac{\pi}{4}$ であるから　$\sin\dfrac{\alpha}{2} > 0$

よって　$\sin\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{4}{13}} = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$

$\boxed{6}$ $\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \dfrac{2\times(-5)}{1-(-5)^2} = \dfrac{5}{12}$

$\boxed{7}$ (1)　$2(1-\cos^2\theta)+5\cos\theta+1=0$ より　　$2\cos^2\theta-5\cos\theta-3=0$

したがって　　$(\cos\theta-3)(2\cos\theta+1)=0$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ より $\cos\theta-3 \neq 0$ であるから

$$2\cos\theta+1=0 \quad \text{すなわち} \quad \cos\theta=-\frac{1}{2}$$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で解くと　　$\theta=\frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi$

(2)　$2(1-\sin^2\theta) \geqq 3\sin\theta$ より　　$2\sin^2\theta+3\sin\theta-2 \leqq 0$

したがって　　$(\sin\theta+2)(2\sin\theta-1) \leqq 0$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ より $\sin\theta+2>0$ であるから

$$2\sin\theta-1 \leqq 0 \quad \text{よって} \quad \sin\theta \leqq \frac{1}{2}$$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で解くと　　$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi \leqq \theta < 2\pi$