

# 数学Ⅲ第7章 「積分法」その1 2

「三角型レベル2」を習得せよ

# 【三角型レベル2とは？】

三角関数の公式を使う問題たち

① 半角の公式

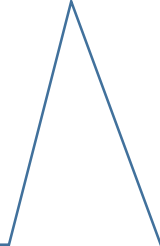
②

【例題】 半角の公式

$$\int \sin^2 x \, dx =$$

## 【例題】 半角の公式

$$\int \sin^2 x dx =$$



2乗も同じもの  
同士の積

【例題】 半角の公式

$$\int \sin^2 x \, dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx$$

半角の公式

【例題】 半角の公式

$$\begin{aligned}\int \sin^2 x \, dx &= \int \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left( x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + C\end{aligned}$$

【例題】 半角の公式

$$\begin{aligned}\int \sin^2 x \, dx &= \int \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left( x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + C \\ &= \frac{1}{2} x - \frac{\sin 2x}{4} + C\end{aligned}$$

# 【三角型レベル2とは？】

三角関数の公式を使う問題たち

① 半角の公式

② 積和公式（覚えてますか？）



## 【積和公式】

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

【でも】

覚えてなくても大丈夫

困ったら作ればよい

## 【公式作成】

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

の作成に挑戦

(材料)

加法定理：2種類

足し算：少々

割り算：少々

## 【公式作成】

加法定理から

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad \dots \textcircled{2}$$

## 【公式作成】

①+②から

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

…③

③を2で割って

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

おしまい

【例題】 積和公式

$$\int \sin 3x \cos 2x dx$$

=

【例題】 積和公式

$$\int \sin 3x \cos 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \{\sin(3x + 2x) + \sin(3x - 2x)\} dx$$



積和の公式

【例題】 積和公式

$$\int \sin 3x \cos 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \{\sin(3x + 2x) + \sin(3x - 2x)\} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int (\sin 5x + \sin x) dx$$



【例題】 積和公式

$$\int \sin 3x \cos 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \{\sin(3x + 2x) + \sin(3x - 2x)\} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int (\sin 5x + \sin x) dx$$

$$= -\frac{1}{10} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x + C$$

## 【練習タイム】

教科書の練習 1 3、 1 4 をやってみよう

答えは次のページ

【答え】 練習 1 3

$$(1) \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{12}\sin 6x + C$$

$$(3) \quad -\frac{1}{4}\cos 2x + C$$

【答え】 練習 1 4

$$(1) \quad -\frac{1}{12} \cos 6x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$$

$$(2) \quad \frac{1}{10} \sin 5x + \frac{1}{2} \sin x + C$$

$$(3) \quad -\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

# 【課題】

4 STEPの

3 8 8

をやりましょう