# 確認テスト（第1節　三角関数 No.3）（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　　　　）

| | |
|---|---|
| $\boxed{1}$～$\boxed{3}$ ×4点　それ以外　5点<br>【目標時間30分】<br>できない問題があったらもう一度教科書を見て復習する！ | ／50点 |

$\boxed{1}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式を解け。また，$\theta$ の範囲に制限がないときの解を求めよ。

(1)　$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$　　(2)　$\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(3)　$\sqrt{3}\tan\theta = -1$

$\boxed{2}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を解け。

(1)　$\sin\theta > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta \leqq -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(3)　$\tan\theta < -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\boxed{3}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1)　$\cos\left(\theta + \dfrac{3}{4}\pi\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\sin\left(2\theta - \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(3)　$\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{3}\right) < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(4)　$\tan\left(\theta - \dfrac{2}{3}\pi\right) \leqq -1$

$\boxed{4}$ $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，関数 $y = \sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{6}\right)$ の最大値，最小値を求めよ。

$\boxed{5}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y = \cos\theta - \sin^2\theta$ の最大値，最小値を求めよ。

確認テスト（第１節　三角関数 No.３）（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　）

**1** (1)　右の図のように，単位円と直線 $y=\frac{1}{2}$ の交点を P，Q とすると，動径 OP，OQ が角 $\theta$ の動径である。

sinθ

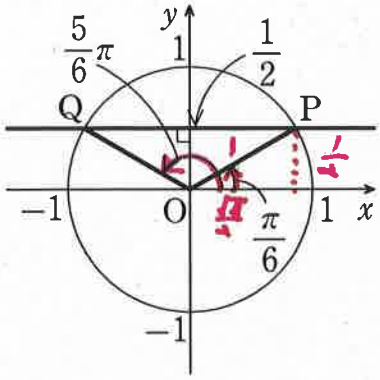
Point
sinθ = y
cosθ = x
tanθ = 傾き

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，求める $\theta$ は　$\theta=\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$

$\theta$ の範囲に制限がないときは

$$\theta=\frac{\pi}{6}+2n\pi,\ \frac{5}{6}\pi+2n\pi \quad (n\text{ は整数})$$

何周回っても同じ位置



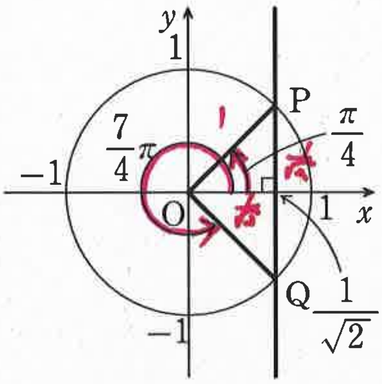

(2)　右の図のように，単位円と直線 $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ の交点を P，Q とすると，動径 OP，OQ が角 $\theta$ の動径である。

cosθ

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，求める $\theta$ は　$\theta=\frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi$

$\theta$ の範囲に制限がないときは

$$\theta=\frac{\pi}{4}+2n\pi,\ \frac{7}{4}\pi+2n\pi \quad (n\text{ は整数})$$




(3)　方程式を変形すると

$$\tan\theta=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

傾き　√3 すすむと 1 下がる
−√3 すすむと 1 上がる

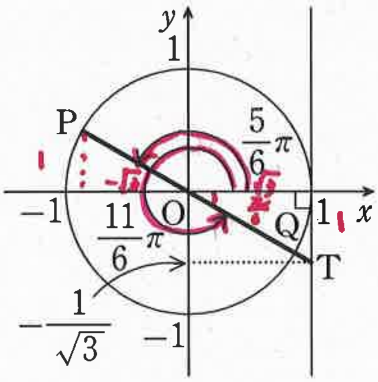
右の図のように，単位円と，原点と点 $\mathrm{T}\left(1,\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ を結ぶ直線の交点を P，Q とすると，動径 OP，OQ が角 $\theta$ の動径である。

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，求める $\theta$ は

$$\theta=\frac{5}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi$$

$\theta$ の範囲に制限がないときは

$$\theta=\frac{5}{6}\pi+n\pi \quad (n\text{ は整数})$$




tanθは
$\theta=\frac{5}{6}\pi+2n\pi,\ \frac{11}{6}\pi+2n\pi$
ではないことに注意.

↳ なぜなら，tanθは，π周期であるから!

sinθ
cosθは
2π周期

↳ よって　$\theta=\frac{5}{6}\pi+n\pi,\ \frac{11}{6}\pi+n\pi$

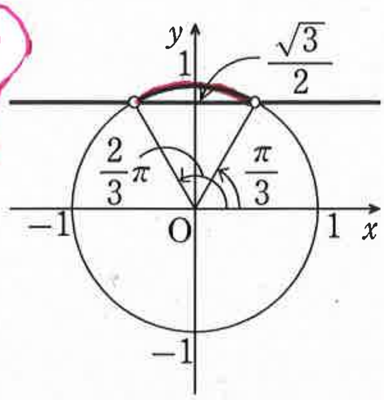
表されてる!（n=1のとき $\theta=\frac{11}{6}\pi$）

↳ だから　$\theta=\frac{5}{6}\pi+n\pi$ のみでよい

$\boxed{2}$ (1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となる $\theta$ は　$\theta = \dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{2}{3}\pi$

よって，不等式の解は，図から　$\dfrac{\pi}{3} < \theta < \dfrac{2}{3}\pi$

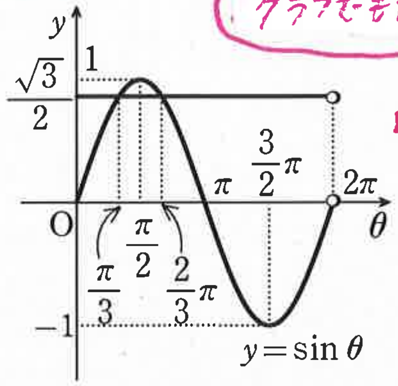
円を使い解法をよく見るよ




大

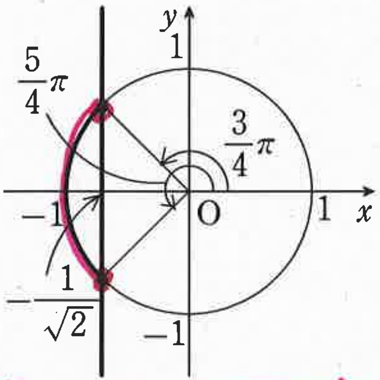
小

グラフでも解けるよ

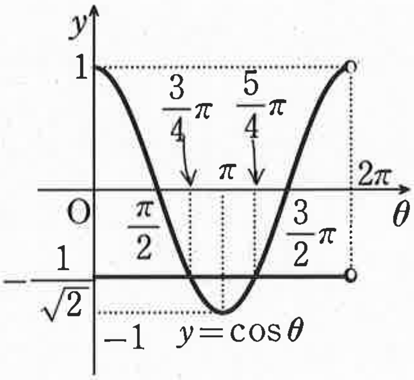



(2)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で $\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる $\theta$ は　$\theta = \dfrac{3}{4}\pi,\ \dfrac{5}{4}\pi$

よって，不等式の解は，図から　$\dfrac{3}{4}\pi \leqq \theta \leqq \dfrac{5}{4}\pi$



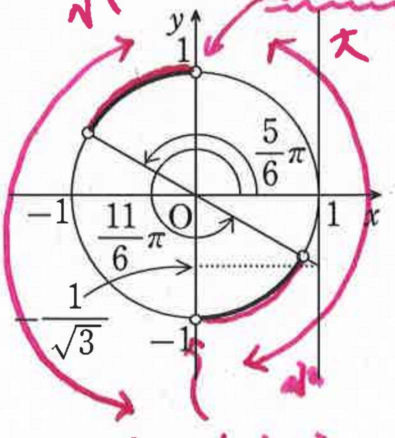

小　大



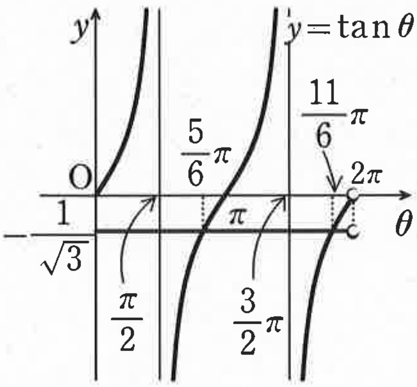

(3)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で $\tan\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ となる $\theta$ は　$\theta = \dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{11}{6}\pi$

よって，不等式の解は，図から　$\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{3}{2}\pi < \theta < \dfrac{11}{6}\pi$

もともとはない




もともとはない



確認テスト（第１節　三角関数 No. 3）（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　　）

$\boxed{3}$ (1)　$\theta+\frac{3}{4}\pi=t$ ……①　とおくと　　置き換え

$$\cos t=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$0\leqq\theta<2\pi$ であるから

$$\frac{3}{4}\pi\leqq\theta+\frac{3}{4}\pi<2\pi+\frac{3}{4}\pi$$

置き換えたら範囲check

すなわち　$\frac{3}{4}\pi\leqq t<\frac{11}{4}\pi$ ……②

② の範囲で

$\cos t=\frac{\sqrt{3}}{2}$ の解は

$t=\frac{11}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi$

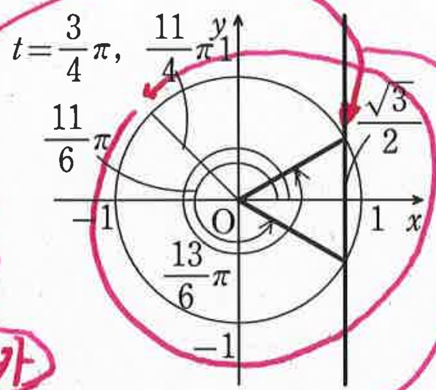
なんで、$t=\frac{\pi}{6},\ \frac{11}{6}\pi$ じゃないの？

↳ そもそも $t$ の範囲 変わると $t$ も変わる

① より，$\theta=t-\frac{3}{4}\pi$ であるから

$\theta=\frac{13}{12}\pi,\ \frac{17}{12}\pi$

↳ $t=\frac{\pi}{6}$ は範囲外




(2)　$2\theta-\frac{\pi}{3}=t$ ……①　とおくと

↳ この動径の値は？

↳ 一周回った後と考える
つまり、$t=\frac{\pi}{6}+2\pi=\frac{13}{6}\pi$ → だから、$t=\frac{11}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi$

$\sin t=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0\leqq\theta<2\pi$ であるから

$-\frac{\pi}{3}\leqq 2\theta-\frac{\pi}{3}<4\pi-\frac{\pi}{3}$

すなわち

$-\frac{\pi}{3}\leqq t<\frac{11}{3}\pi$ ……②

② の範囲で $\sin t=\frac{\sqrt{3}}{2}$ の解は

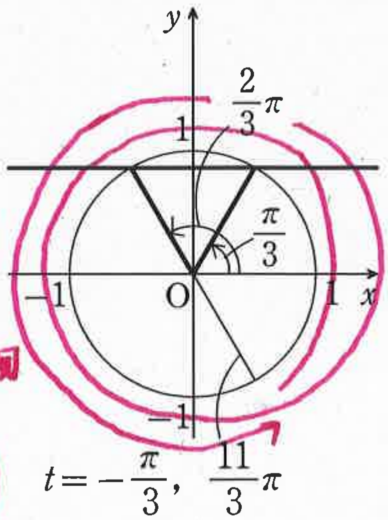
$t=\frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{7}{3}\pi,\ \frac{8}{3}\pi$

範囲が２周分あるので、
$\frac{\pi}{3}$, $\frac{2}{3}\pi$ だけではなく、
$\frac{\pi}{3}+2\pi=\frac{7}{3}\pi$
$\frac{2}{3}\pi+2\pi=\frac{8}{3}\pi$
も答え

① より，$\theta=\frac{t}{2}+\frac{\pi}{6}$ であるから

$\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{2},\ \frac{4}{3}\pi,\ \frac{3}{2}\pi$

範囲



(3)　$\theta-\frac{\pi}{3}=t$ ……① とおくと

$$\sin t<\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0\leqq\theta<2\pi$ であるから　$-\frac{\pi}{3}\leqq\theta-\frac{\pi}{3}<2\pi-\frac{\pi}{3}$

すなわち　$-\frac{\pi}{3}\leqq t<\frac{5}{3}\pi$　……②

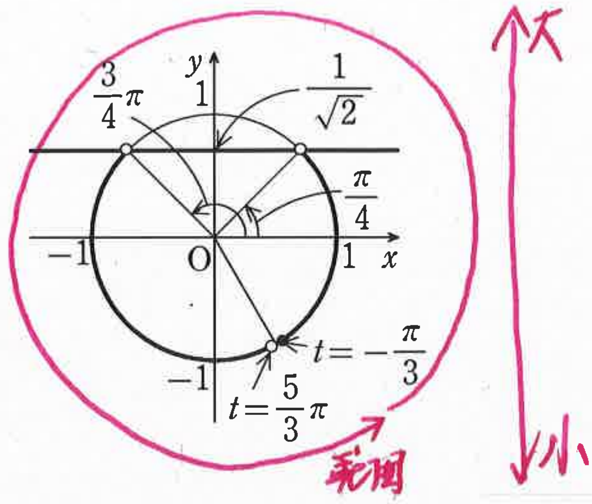
② の範囲で $\sin t<\frac{1}{\sqrt{2}}$ の解は

スタート　$-\frac{\pi}{3}\leqq t<\frac{\pi}{4}$,

$\frac{3}{4}\pi<t<\frac{5}{3}\pi$　終わる

① より，$\theta=t+\frac{\pi}{3}$ であるから

$$0\leqq\theta<\frac{7}{12}\pi,\quad \frac{13}{12}\pi<\theta<2\pi$$




(4)　$\theta-\frac{2}{3}\pi=t$ ……① とおくと　$\tan t\leqq-1$

$0\leqq\theta<2\pi$ であるから

$$-\frac{2}{3}\pi\leqq\theta-\frac{2}{3}\pi<2\pi-\frac{2}{3}\pi$$

すなわち　$-\frac{2}{3}\pi\leqq t<\frac{4}{3}\pi$　……②

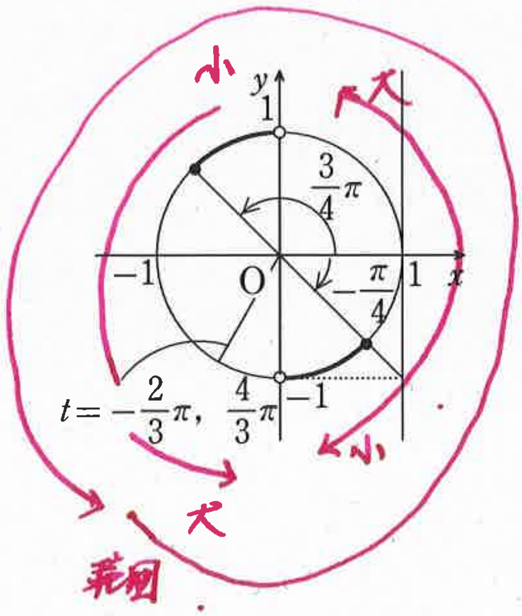
② の範囲で $\tan t\leqq-1$ の解は

$$-\frac{\pi}{2}<t\leqq-\frac{\pi}{4},\quad \frac{\pi}{2}<t\leqq\frac{3}{4}\pi$$

① より，$\theta=t+\frac{2}{3}\pi$ であるから

$\frac{\pi}{6}<\theta\leqq\frac{5}{12}\pi$,

$\frac{7}{6}\pi<\theta\leqq\frac{17}{12}\pi$

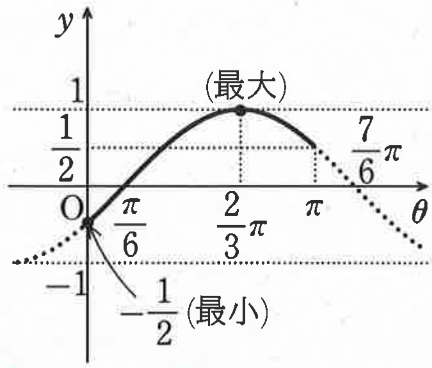


$\boxed{4}$ 関数 $y=\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ のグラフは右の図の実線部分のようになる。

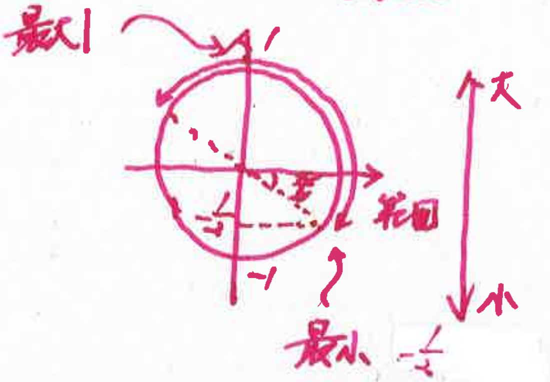
よって，$\theta=\frac{2}{3}\pi$ で最大値 1，

$\theta=0$ で最小値 $-\frac{1}{2}$

をとる。




円でも求められます




$\boxed{5}$ $y=\cos\theta-(1-\cos^2\theta)=\cos^2\theta+\cos\theta-1$

$\cos\theta=x$ とおくと，$0 \leqq \theta < 2\pi$ から　$-1 \leqq x \leqq 1$

置き換えたら範囲check

また　$y=x^2+x-1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

$-1 \leqq x \leqq 1$ の範囲において，$y$ は

$x=1$　すなわち　$\theta=0$ で最大値 1，

$x=-\frac{1}{2}$　すなわち　$\theta=\frac{2}{3}\pi$，$\frac{4}{3}\pi$ で最小値 $-\frac{5}{4}$

をとる。