数学Ⅲ第７章
「積分法」その６

番外編
～えっ、それいいの？～

【前回の例題にて】

$$\sqrt{x+1}=t$$

とおくと

$$x=t^2-1$$

$$\frac{dx}{dt}=2t$$

両辺dt倍する

$$dx=2t\,dt$$

【前回の例題にて】

$$\sqrt{x+1} = t$$

とおくと

$$x = t^2 - 1$$

$$\frac{dx}{dt} = 2t$$

両辺dt倍する

$$dx = 2t\,dt$$

【前回の例題にて】

$$\sqrt{x+1} = t$$

とおくと

$$x = t^2 - 1$$

これ
いいの？

$$\frac{dx}{dt} = 2t$$

両辺dt倍する

$$dx = 2t\,dt$$

【結論だけ言うと】

試験では「書きやすさの利便性」から書くことは認められている

しかし、文部科学省は正式には認めていない

次ページから証明をする

【まず】

$$I = \int f(x)dx$$

に対して、 $x = g(t)$ から

$$\frac{d}{dt}I = f(g(t))g'(t)$$

になることが証明できたら

$$I = \int f(x)dx = \int f\big(g(t)\big)g'(t)dt$$

【まず】

$$I = \int f(x)dx$$

に対して、 $x = g(t)$ から

$$\frac{d}{dt}I = f(g(t))g'(t)$$

になることが証明できたら

$$I = \int f(x)\boxed{dx} = \int f\bigl(g(t)\bigr)\boxed{g'(t)dt}$$

赤枠がつながり
疑問解決

【証明】

$$I = \int f(x)dx$$

をtで微分して

$$\frac{d}{dt}I = \frac{d}{dt}\int f(x)dx$$

【証明】

$$\frac{d}{dt}I = \frac{d}{dt}\int f(x)dx$$

は、合成関数の微分法から

$$\frac{d}{dt}I = \boxed{\frac{d}{dx}\int f(x)dx}\,\boxed{\frac{dx}{dt}}$$

…①

【証明】

ここで　$x = g(t)$　から

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = g'(t)}$$

両辺tで微分する

また

$$\boxed{\frac{d}{dx}\int f(x)dx = f(x)}$$

積分して微分
している

【証明】

つまり①に代入して

$$\frac{d}{dt}I = f(x)g'(t) = f(g(t))g'(t)$$

おしまい