数学の勉強、順調に進んでいますか？進度表の指定問題は少なめに設定してあるので、できるだけその分野の関連問題などもチャートや４ステップで補いつつコツコツと解き進めてみて下さい。どの問題もすぐに手が付かなくても最低１５分はねばってみましょう。ベン図やグラフ、数直線などはできるだけこまめに書いてみると方針も立てやすくなるはずです。
チャートも勉強する際、手元におき、分からない所がある度に調べて付箋を貼って使い込むと自分だけのオリジナル参考書になり、最終的にはどこに何が書いてあるか、スッと出てくるようになります!

[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training45]

$A\cap B=\{2,\ 7\}$ であるから　　$a^2-9a+25=7$　または　$2a+3=7$

[1]　$a^2-9a+25=7$ のとき　　$a^2-9a+18=0$

　よって　　$(a-3)(a-6)=0$　　　　これを解くと　　$a=3,\ 6$

　$a=3$ のとき，$B=\{-2,\ -13,\ -5,\ 9,\ 16\}$ となり，2，7 が要素でないから不適。

　$a=6$ のとき　$A=\{-3,\ 2,\ 7,\ 15\}$，$B=\{-2,\ 2,\ 7,\ 12,\ 16\}$

　よって，$A\cap B=\{2,\ 7\}$ となり適する。

[2]　$2a+3=7$ のとき　　$a=2$

　このとき $B=\{-2,\ -14,\ -5,\ 8,\ 16\}$ となり，2，7 が要素でないから不適。

以上から　　$a=6$

[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training47]

「n^3 が偶数ならば，n は偶数である」の対偶は，次の命題である。

　　　「n が奇数ならば，n^3 は奇数である」 …… ①

奇数 n は整数 k を用いて $n=2k+1$ と表されるから

$$n^3=(2k+1)^3=8k^3+12k^2+6k+1=2(4k^3+6k^2+3k)+1$$

$4k^3+6k^2+3k$ は整数であるから，n^3 は奇数である。

よって，命題 ① は真であり，もとの命題も真である。

[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training57]

放物線 $y=x^2$ の頂点は　　(0，0)

また，x^2 の係数は正であるから，放物線は下に凸である。

この頂点を x 軸に関して対称移動させると　　(0，0)

一方，x 軸に関して対称移動させると，放物線は上に凸になる。

よって，x^2 の係数は -1 となる。

さらに，この頂点を x 軸方向に 2，y 軸方向に -3 だけ平行移動させると　　(2，-3)

さらに，この頂点を x 軸に関して対称移動させると　　(2，3)

一方，x 軸に関して対称移動させると，放物線は下に凸になる。

よって，x^2 の係数は 1 となる。

したがって，求める放物線の方程式は　　$y=(x-2)^2+3$

別解　放物線 $y=x^2$ を x 軸に関して対称移動した放物線の方程式は　　$-y=x^2$

　すなわち　　$y=-x^2$

　続いて，この放物線を x 軸方向に 2，y 軸方向に -3 だけ平行移動した放物線の方程式は　　$y-(-3)=-(x-2)^2$　　　すなわち　　$y=-x^2+4x-7$

　さらに，この放物線を x 軸に関して対称移動したものが求める放物線であり，その方程式は　　$-y=-x^2+4x-7$　　　すなわち　　$y=x^2-4x+7$

[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training65]

関数を変形すると　　$f(x)=(x-1)^2+2$

よって，$y=f(x)$ のグラフの頂点の座標は　　(1，2)

(1)　[1]　$t\leqq 1\leqq t+1$ すなわち $0\leqq t\leqq 1$ のとき

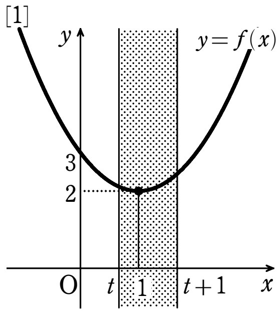
　$y=f(x)$ は $x=1$ で最小値をとる。

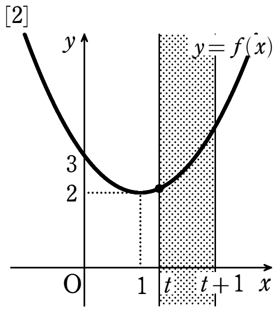
　よって　$m(t)=f(1)=2$

[2]　$1<t$ のとき

　$y=f(x)$ は $x=t$ で最小値をとる。

　よって　$m(t)=f(t)=t^2-2t+3$

[1]


[2]


ゆえに　　$m(t)=\begin{cases}2 & (0\leqq t\leqq 1)\\ t^2-2t+3 & (1<t)\end{cases}$

(2)　x の変域 $t\leqq x\leqq t+1$ の幅は 1 で一定であり，中央の値は　$t+\dfrac{1}{2}$

[1]　$t+\dfrac{1}{2}\leqq 1$ すなわち $0\leqq t\leqq\dfrac{1}{2}$ のとき

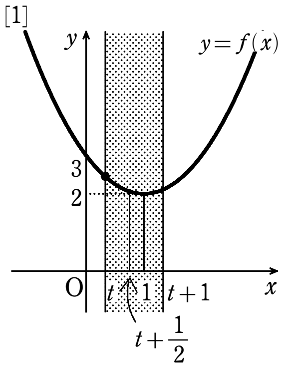
　$f(t)\geqq f(t+1)$ であるから，$y=f(x)$ は $x=t$ で最大値をとる。

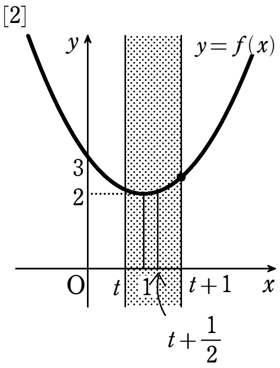
　よって　　$M(t)=f(t)=t^2-2t+3$

[2]　$1<t+\dfrac{1}{2}$ すなわち $\dfrac{1}{2}<t$ のとき

　$f(t)<f(t+1)$ であるから，$y=f(x)$ は $x=t+1$ で最大値をとる。

　よって　　$M(t)=f(t+1)=t^2+2$

[1]


[2]


ゆえに　　$M(t)=\begin{cases}t^2-2t+3 & \left(0\leqq t\leqq\dfrac{1}{2}\right)\\ t^2+2 & \left(\dfrac{1}{2}<t\right)\end{cases}$

[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training67]

$2x+y=1$ より　　$y=-2x+1$　……①

$y\geqq 0$ より　　$-2x+1\geqq 0$　　　よって　　$x\leqq\dfrac{1}{2}$

$x\geqq 0$ であるから　　$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{2}$

$2x^2+y^2$ に ① を代入すると　　$2x^2+y^2=2x^2+(-2x+1)^2=6x^2-4x+1$

$$=6\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$$

$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{2}$ のとき　　$x=0$ で最大値 1

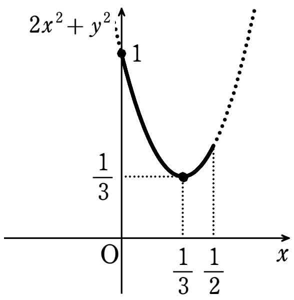
$x=\dfrac{1}{3}$ で最小値 $\dfrac{1}{3}$

をとる。

よって，① より　　$x=0$，$y=1$ で最大値 1

$x=\dfrac{1}{3}$，$y=\dfrac{1}{3}$ で最小値 $\dfrac{1}{3}$

をとる。



[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training77]

[1]　$x\geqq 0$ のとき

方程式は　　$x^2-2x-3=0$

左辺を因数分解すると　　$(x+1)(x-3)=0$　　　よって　　$x=-1,\ 3$

$x\geqq 0$ を満たすものは　　$x=3$

[2]　$x<0$ のとき

方程式は　　$x^2+2x-3=0$

左辺を因数分解すると　　$(x+3)(x-1)=0$　　　よって　　$x=-3,\ 1$

$x<0$ を満たすものは　　$x=-3$

[1]，[2] から，求める解は　　$x=\pm 3$

別解　$x^2=|x|^2$ であるから，方程式は　　$|x|^2-2|x|-3=0$

左辺を因数分解すると　　$(|x|+1)(|x|-3)=0$

$|x|\geqq 0$ より，$|x|+1\fallingdotseq 0$ であるから　　$|x|=3$　　　よって　　$x=\pm 3$

[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training77]

[1]　$x^2-7\geqq 0$ すなわち $x\leqq -\sqrt{7}$，$\sqrt{7}\leqq x$ のとき

不等式は　$x^2-7<-2x+8$

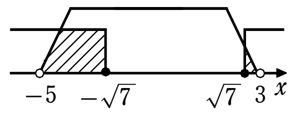
よって　　$x^2+2x-15<0$

左辺を因数分解すると　　$(x+5)(x-3)<0$

ゆえに　　$-5<x<3$

$x\leqq -\sqrt{7}$，$\sqrt{7}\leqq x$ との共通範囲は

$-5<x\leqq -\sqrt{7}$，$\sqrt{7}\leqq x<3$　……①



[2]　$x^2-7<0$ すなわち $-\sqrt{7}<x<\sqrt{7}$ のとき

不等式は　$-(x^2-7)<-2x+8$

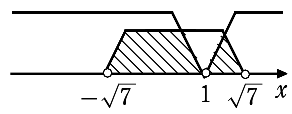
よって　　$x^2-2x+1>0$

左辺を因数分解すると　　$(x-1)^2>0$

よって　　x は 1 以外のすべての実数

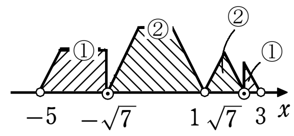
$-\sqrt{7}<x<\sqrt{7}$ との共通範囲は

$-\sqrt{7}<x<1$，$1<x<\sqrt{7}$　　……②



求める解は，① と ② を合わせた範囲で

$-5<x<1$，$1<x<3$



[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training79]

共通の解を α とおくと　　$\alpha^2+2a\alpha+10=0$　……①，$\alpha^2+5\alpha+4a=0$　……②

①－② から　　$(2a-5)\alpha+10-4a=0$　　　ゆえに　　$(2a-5)(\alpha-2)=0$

よって　　$a=\dfrac{5}{2}$ または $\alpha=2$

[1]　$a=\dfrac{5}{2}$ のとき

2 つの 2 次方程式はともに $x^2+5x+10=0$ となり，2 つの 2 次方程式が異なることに反する。

[2]　$\alpha=2$ のとき

① から　　$4+4a+10=0$　　　よって　　$a=-\dfrac{7}{2}$

このとき 2 つの 2 次方程式は $x^2-7x+10=0$，$x^2+5x-14=0$ と異なり，それぞれ $(x-2)(x-5)=0$，$(x-2)(x+7)=0$ となるから，共通の解 $x=2$ をもつ。

[1]，[2] から　　$a=-\dfrac{7}{2}$，共通の解は $x=2$

[改訂版キートレーニングⅠⅡＡＢ受 Training81]

[1]　$k-1=0$ すなわち $k=1$ のとき

不等式は　　$4x+1<0$

この不等式の解は $x<-\dfrac{1}{4}$ であり，すべての実数ではない。

[2]　$k-1\fallingdotseq 0$ すなわち $k\fallingdotseq 1$ のとき

2 次方程式 $(k-1)x^2+2(k+1)x+2k-1=0$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(k+1)^2-(k-1)(2k-1)=-k^2+5k$$

2 次不等式 $(k-1)x^2+2(k+1)x+2k-1<0$ の解がすべての実数となるための条件は

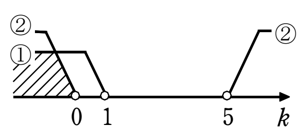
$k-1<0$　かつ　$D<0$

$k-1<0$ より　　$k<1$　……①

$D<0$ より　　$-k^2+5k<0$

これを解くと　　$k<0$，$5<k$　……②

①，② から，k の値の範囲は　　$k<0$



よって，求める k の値の範囲は　　$k<0$