確認テスト（第2節　円と直線）（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$～$\boxed{3}$(1)×4点　$\boxed{3}$(2)～$\boxed{4}$×5点 【目標時間30分】 できない問題があったらもう一度教科書を見て復習する！	／50点

$\boxed{1}$ 次の円と直線の共有点の個数を判別式を利用して求めよ。

(1)　$x^2+y^2=9,\ y=x-2$

(2)　$(x-3)^2+(y+2)^2=5,\ y=2x-3$

$\boxed{2}$ 次の円と直線の共有点の個数を点と直線の距離を利用して求めよ。

(1)　$x^2+y^2=1,\ 3x-2y-4=0$

(2)　$x^2+y^2+8x-2y+13=0,\ x+5y-15=0$

$\boxed{3}$ 次の条件を満たす接線の方程式を求めよ。

(1)　円 $x^2+y^2=25$ 上の点 $(-3,\ 4)$ と接する

(2)　円 $x^2+(y-1)^2=5$ 上の点 $(2,\ 2)$ と接する

(3)　点 $(3,\ 2)$ を通り，円 $x^2+y^2=4$ と接する

(4)　2円 $x^2+y^2=4,\ (x-5)^2+y^2=25$ に接する

$\boxed{4}$ 次の条件を満たす図形の方程式を求めよ。

(1)　2直線 $2x+y-3=0,\ 3x-2y+2=0$ の交点と原点を通る直線

(2)　2円 $x^2+y^2-4x-5=0$，$x^2+y^2+2y-15=0$ の2つの交点と原点を通る円

(3)　2円 $x^2+y^2=5$，$x^2+y^2+4x-4y+7=0$ の2つの交点を通る直線

1

(1) $x^2+(x-2)^2=9$

∴ $2x^2-4x-5=0$

判別式をDとおくと

$D/4=2^2-2\times(-5)=14>0$

よって、共有点は $\boxed{2個}$

(2) $(x-3)^2+(2x-3+2)^2=5$

∴ $x^2-2x+1=0$ …①

判別式をDとおくと、

$D/4=1^2-1\times1=0$

よって共有点は $\boxed{1個}$

接してる

ちなみに、接点は、

①の解なので、

$(x-1)^2=0$ ∴ $x=1$.

$y=2x-3$ に代入して、$y=-1$

∴ $(1,-1)$

2

r=円の半径。

d=円の中心と直線の距離.

(1)

$r=1$.

$$d=\frac{|3\cdot0-2\cdot0-4|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{4}{\sqrt{13}}$$

ここで、$\sqrt{13}<4$ より

$d=\frac{4}{\sqrt{13}}>\frac{4}{4}=r$

共有点は $\boxed{0個}$

イメージ

(2) $(x+4)^2+(y-1)^2=4$, 中心$(-4,1)$. 半径 2.

よって、$r=2$

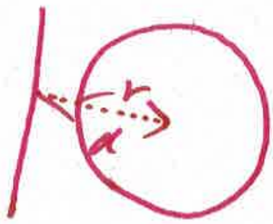
$$d=\frac{|-4+5-15|}{\sqrt{1^2+5^2}}=\frac{14}{\sqrt{26}}$$

ここで、$\sqrt{26}<7$ より.

$d=\frac{14}{\sqrt{26}}>\frac{14}{7}=2=r$.

以上より.

共有点は $\boxed{0個}$



イメージ

$\boxed{3}$

公式 カクニン

(1) $\boxed{-3x+4y=25}$

(2) $(2,2)$を通るので、直線の傾きmとすると

$y-2=m(x-2)$.

$\therefore y=mx-2m+2$. $\therefore mx-y-2m+2=0$

円と接することから、$r=d$.

$r=\sqrt{5}$.

$$d=\frac{|m\cdot 0-1-2m+2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\frac{|-2m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$$

したがって、

$$\sqrt{5}=\frac{|-2m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$$

$$\sqrt{5}\sqrt{m^2+1}=|-2m+1|$$

両辺2乗

$$5(m^2+1)=4m^2-4m+1$$

$$m^2+4m+4=0 \quad \therefore m=-2.$$

以上より、$\boxed{y=-2x+6}$

別解

テキスト P148 カクニン

公式

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$上の点(x_1,y_1)の接線

$(x_1-a)(x-a)+(y_1-b)(y-b)=r^2$

$$2x+(2-1)(y-1)=5$$

$$\therefore \boxed{y=-2x+6}$$

(3) 接点(s,t)とおく。

円上の点より $s^2+t^2=4$ …(*)

接線は

$$sx+ty=4$$

$(3,2)$を通るので、

$$3s+2t=4$$

$$\therefore t=-\frac{3}{2}s+2.$$

(*)に代入して、

$$s^2+\left(-\frac{3}{2}s+2\right)^2=4$$

$$s^2+\frac{9}{4}s^2-6s+4=4$$

$$\frac{13}{4}s^2-6s=0 \quad \therefore s=0,\ \frac{24}{13}$$

$$t=2,\ -\frac{10}{13}$$

以上より、

$2y=4$　$\therefore y=2$.

$\frac{24}{13}x-\frac{10}{13}y=4$　$\therefore 12x-5y=26$.

(4) $x^2+y^2=4$と直線の接点を(s,t)とおく。

接線は $sx+ty-4=0$となる　$\therefore s^2+t^2=4$ …(#)

これは$(x-5)^2+y^2=25$とも接するので、

半径5、中心$(5,0)$に注意して、

$$r=5.\quad d=\frac{|5s-4|}{\sqrt{s^2+t^2}}=\frac{|5s-4|}{2}$$

$$\therefore \frac{|5s-4|}{2}=5$$

$$|5s-4|=10$$

$$5s-4=\pm 10$$

$$\therefore s=\frac{14}{5},\ -\frac{6}{5}$$

$s = \frac{14}{5}$ のとき

(H) $t^2 = 4 - \frac{196}{25} < 0$ より 解なし.

$s = -\frac{6}{5}$ のとき

$t^2 = 4 - \frac{36}{25} = \frac{64}{25}$

$\therefore\ t = \pm\frac{8}{5}$

以上より

$$\begin{cases} -\frac{6}{5}x + \frac{8}{5}y - 4 = 0 \\ -\frac{6}{5}x - \frac{8}{5}y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} 3x - 4y + 10 = 0 \\ 3x + 4y + 10 = 0 \end{matrix}}$$

2つの方程式を
～～ $= 0$
＿＿ $= 0$ の形にして,
どちらかに k をつけて,
～～ $+ k$＿＿ $= 0$
の形にする

図

(1) 2直線の交点を通る図形は

$(2x+y-3) + k(3x-2y+2) = 0$

と表される. (ただし $3x-2y+2=0$ は除く)

原点を通るので. $(0,0)$を代入して.

$-3 + 2k = 0 \quad \therefore\ k = \frac{3}{2}$

よって

$(2x+y-3) + \frac{3}{2}(3x-2y+2) = 0$

$$\boxed{13x - 4y = 0}$$

(2) 2つの円の交点を通る図形は.

$(x^2+y^2-4x-5) + k(x^2+y^2+2y-15) = 0$

と表される (ただし, $x^2+y^2+2y-15=0$は除く)

原点を通るので. $(0,0)$を代入して.

$-5 - 15k = 0 \quad \therefore\ k = -\frac{1}{3}$

$x^2+y^2-4x-5 - \frac{1}{3}(x^2+y^2+2y-15) = 0$

$$\therefore\ \boxed{x^2+y^2-6x-y=0}$$

kはどちらにつけてもいいので
カンタンな方につける

(3) 2つの円の交点を通る図形は,

$k(x^2+y^2-5) + x^2+y^2+4x-4y+7 = 0$

と表される (ただし, $x^2+y^2-5=0$は除く)

この図形が直線となるのは, $k=-1$ のみ.

x^2, y^2を打ち消すのは$k=-1$のみ

よって. $4x - 4y + 12 = 0$.

$$\therefore\ \boxed{x - y + 3 = 0}$$