紙面授業④　ルートの計算　　対応表ＩＩ

目標：$\sqrt{\ }$ を含む式の計算ができる
　　　分母の有理化ができる

展開公式を利用すること

１．平方根

２乗して a になる数を a の平方根といいます。

平方センチメートルと同じ

例）９の平方根（＝　２乗して９になる数）（＝　$a^2=9$ の解）は？

$\Longrightarrow 3,\ -3$　　正と負の２つあります

※実数（紙面授業②に出てきましたね）を２乗すると０か正の数になるので、負の数の平方根は、実数の範囲では存在しません。

$\sqrt{-4}$ は２乗して -4 になる数　こんな数はない！実数の範囲では・・・

注意　$\sqrt{a^2}=a$ …★？？

$a=2$ のとき $\sqrt{(2)^2}=\sqrt{4}=2$　となり★は正しいですね

$a=-2$ のとき $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$　となり★は成り立ちません

成り立つなら $\sqrt{(-2)^2}=-2$ となる

つまり $\boxed{\sqrt{a^2}\text{ は } a\geqq 0 \text{ のとき } a,\quad a<0 \text{ のとき } -a}$（０のときはどちらでもよい）

プラスのときはそのまま、マイナスのときはーをつける・・・

あれ？これと似たものをどこかでみませんでしたか？

絶対値と同じです！

つまり $\sqrt{a^2}=|a|$

２．計算

公式
$$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}\qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$
（$\sqrt{\ }$ はまとめることができる）
$$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$$
（２乗になったら $\sqrt{\ }$ の外へだせる）

ただし $a>0,\ b>0,\ k>0$

公式を式だけで覚えず、日本語で覚えると
より深く公式を身に付けることができます

(1)　$\sqrt{3}\sqrt{21}=\sqrt{3\cdot 21}=\sqrt{3^2\cdot 7}=3\sqrt{7}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{24}{2}}=\sqrt{12}=\sqrt{2^2\cdot 3}=2\sqrt{3}$

(1)　$\sqrt{8}+\sqrt{18}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}$　まず $\sqrt{\ }$ の中を小さくしておきます

$=(2+3-4)\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(2)　$(2\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})$

$=2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2}+2\sqrt{2}\cdot(-2\sqrt{5})+\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{2}+\sqrt{5}\cdot(-2\sqrt{5})$　丁寧に途中式を書く

$=12-4\sqrt{10}+3\sqrt{10}-10=2-\sqrt{10}$

３．分母の有理化（分母にある $\sqrt{\ }$ をなくしましょう）

$\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$　分母と分子に $\sqrt{3}$ をかける

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　分母から $\sqrt{\ }$ がなくなる　→　分母の有理化といいます

$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}\times(\qquad)}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})\times(\qquad)}$　何をかけたら分母から $\sqrt{\ }$ がなくなりますか？

$=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$　展開の公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ です

$=\dfrac{\sqrt{10}-2}{5-2}=\dfrac{\sqrt{10}-2}{3}$

４．２重根号の簡略化

$\sqrt{\bigcirc+\sqrt{\triangle}}$ のように $\sqrt{\ }$ が2重にあるものを２重根号といい、

簡単な形にできる場合があります。（いつでも簡単にできるわけではない）

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$　なのでこの両辺に $\sqrt{\ }$ をつけると

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}}$　２重根号を外す公式（右から左）の完成です

同様にして $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}$

２がポイントですよ！

(1)　$\sqrt{8+2\sqrt{15}}$　$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}}$ なのでたして8、かけて15になる

２つの数を見つけます

$=\sqrt{(5+3)+2\sqrt{5\cdot 3}}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

(2)　$\sqrt{7-4\sqrt{3}}$　$2\sqrt{\ }$ に直します

$=\sqrt{7-2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\cdot 3}}$　(1)と同じようにたして7、かけて12を探す

$=\sqrt{4}-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$

(3)　$\sqrt{5+\sqrt{21}}$

$=\sqrt{\dfrac{10+2\sqrt{21}}{2}}$　$2\sqrt{\ }$ になるように分母分子に２をかける

$=\dfrac{\sqrt{(7+3)+2\sqrt{7\cdot 3}}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{14}+\sqrt{6}}{2}$　ちゃんと有理化まで

では、ここまでのまとめとしてチャート**基本例題 22、23、24、25** を解いてみよう

解説動画は⇒　http://www.chart.co.jp/sp/ict2020_chart.html

コピーしてyahoo!やGoogleに張り付ければ数研出版のHPにアクセスできます。