確認テスト（第２節　円の方程式）（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$(1)(2) × 3 点，$\boxed{1}$(3)(4)(5)～$\boxed{3}$ × 4 点 【目標時間 20 分】 できない問題があったらもう一度教科書を見て復習する！	／50点

$\boxed{1}$ 次の円の方程式を求めよ。

(1)　中心の座標が $(-1,\ 3)$ で，半径が 3 の円

(2)　2 点 $(-3,\ -2)$，$(1,\ 4)$ を直径の両端とする円

(3)　2 点 $(4,\ 1)$，$(-3,\ 8)$ を通り，x 軸に接する円。

(4)　中心が直線 $2x-y+3=0$ 上にあって，2 点 $(2,\ 2)$，$(1,\ 0)$ を通る円

(5)　3 点 $(5,\ 1)$，$(1,\ 3)$，$(4,\ 2)$ を頂点とする三角形の外接円

$\boxed{2}$ (1)　次の方程式はどのような図形を表すか。

(i)　$x^2+y^2+8x-4y+11=0$　　(ii)　$x^2+y^2+x+3y-2=0$

(iii)　$x^2+y^2-2x+6y+10=0$　　(iv)　$x^2+y^2+6x-8y+27=0$

(2)　方程式 $x^2+y^2+2ky-4ky+4k^2+6=0$ が円を表すような定数 k の値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$ 点 A $(5,\ 12)$ と円 $x^2+y^2=4$……① について，次の問いに答えよ。

(1)　点 A を中心とし，円①に接する円の半径 r を求めよ。

(2)　点 A を中心とし，円①を内部に含む円の半径 r の値の範囲を求めよ。ただし，接する場合を除く。

(3)　点 A を中心とし，円①と共有点をもたないような円の半径 r の値の範囲を定めよ。

【応用問題】

3 直線 $y=0$，$5x+12y-315=0$，$4x-3y=0$ によって作られる三角形の内接円の方程式を求めよ。

1

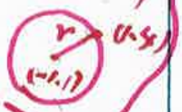
(1) $\boxed{(x+1)^2+(y-3)^2=9}$ 2乗を忘れない

(2) 中心 $\left(\dfrac{-3+1}{2}, \dfrac{-2+4}{2}\right)$ 直径の中点

∴ $(-1, 1)$

$r^2=(1-(-1))^2+(4-1)^2=13$

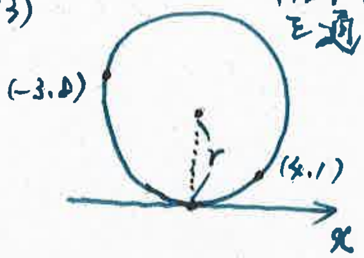
中心から点までの距離



よって

$\boxed{(x+1)^2+(y-1)^2=13}$

(3) 半径 r とおくと、$(-3,8)$、$(4,1)$ を通り、x 軸と接するので、中心 (a, r) とおける。



$(-3,8)$、$(4,1)$ を通るので

ではない！

$(x-a)^2+(y-r)^2=r^2$

$(4,1)$ を通るので、

$(4-a)^2+(1-r)^2=r^2$

∴ $a^2-8a-2r+17=0$ —①

$(-3,8)$ を通るので、

$(-3-a)^2+(8-r)^2=r^2$

∴ $a^2+6a-16r+73=0$ —②

①×8−② より、

$7a^2-70a+63=0$

$a^2-10a+9=0$ ∴ $a=9, 1$

∴ $r=13, 5$

よって

$$\boxed{\begin{array}{l}(x-9)^2+(y-13)^2=169\\ (x-1)^2+(y-5)^2=25\end{array}}$$

(4) $2x-y+3=0$ 上にあるので、

中心 $(t, 2t+3)$ とおける。

半径 r とすると、

$(x-t)^2+(y-(2t+3))^2=r^2$

$(2,2)$ を通るので、

$(2-t)^2+(2-(2t+3))^2=r^2$

∴ $5t^2+5=r^2$ …①

$(1,0)$ を通るので、

$(1-t)^2+(0-(2t+3))^2=r^2$

∴ $5t^2+10t+10=r^2$ …②

②−① より

$10t+5=0$ ∴ $t=-\frac{1}{2}$

$r^2=\frac{25}{4}$

$\boxed{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2=\frac{25}{4}}$

(5) 円の方程式を $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ とおくと計算が複雑

$x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおく。

$(5,1)$ を通るので、

$5l+m+n=-26$ …①

$(1,3)$ を通るので、

$l+3m+n=-10$ …②

$(4,2)$ を通るので、

$4l+2m+n=-20$ …③

①−②

$4l-2m=-16$ ∴ $2l-m=-8$

②−③

$-3l+m=10$

よって、$l=-2$, $m=4$, $n=-20$

$\boxed{x^2+y^2-2x+4y-20=0}$

2

(1) (i) $(x+4)^2-16+(y-2)^2-4+11=0$

∴ $(x+4)^2+(y-2)^2=9$

$\boxed{\text{中心}(-4, 2)\ \text{半径}3\text{の円}}$

向かい方に注意.

図形の方程式 → $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

$x^2+y^2+lx+my+n=0$

図形 → 中心(a, b), 半径rの円

(ii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}-2=0$

∴ $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$

$\boxed{\text{中心}\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right),\ \text{半径}\ \frac{3\sqrt{2}}{2}\ \text{の円}}$.

(iii) $(x-1)^2-1+(y+3)^2-9+10=0$

$(x-1)^2+(y+3)^2=0$

$\boxed{\text{点}(1, -3)}$

中心$(1, -3)$, 半径0の円ではない

では、一体何か? 基本に戻ろう!

「図形を表す方程式」とは、

その方程式を満たす点(x, y)の集まり.

したがって、今回の方程式を満たす点は、

$\underbrace{(x-1)^2}_{=0}+\underbrace{(y+3)^2}_{=0}=0$

∴ $x=1$, $y=-3$, 点$(1, -3)$だけとなる

(iv) $(x+3)^2-9+(y-4)^2-16+27=0$

$(x+3)^2+(y-4)^2=-2$.

$\boxed{\text{方程式が表す図形はない}}$

中心$(-3, 4)$ 半径$\sqrt{2}i$ ではない

今回、図形は、xy座標平面で考えているので、虚数は考えない.

したがって、実数の範囲で上の方程式を満たす点は存在しない

ちなみに、虚数をとり入れた複素数平面となるものも存在する. 詳しくは数IIIで

(2) $(x+k)^2+(y-2k)^2=k^2-6$.

円を表すためには,

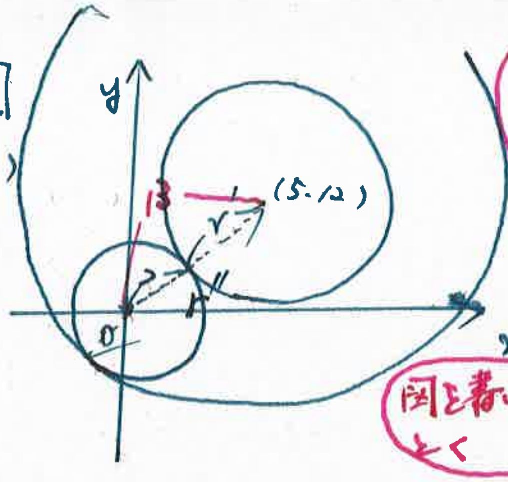
$k^2-6>0$.

でなければならない.

∴ $\boxed{k<-\sqrt{6},\ \sqrt{6}<k}$

3

(1)



接する
→ 内接と外接の2つあることに注意。

図を書いて視覚的にとく

$x^2+y^2=4$　中心 原点，半径 2 の円。
また，原点から (5, 12) までのきょりは，
$\sqrt{5^2+12^2}=13$ なので，

外接するときの半径を r' とすると，

$2+r'=13$　　$\therefore r'=11$

内接するときの半径を r'' とすると，

$2+13=r''$　　$\therefore r''=15$

$\therefore$　$\boxed{r=11,\ 15}$

(2) (1)より　$\boxed{r>15}$

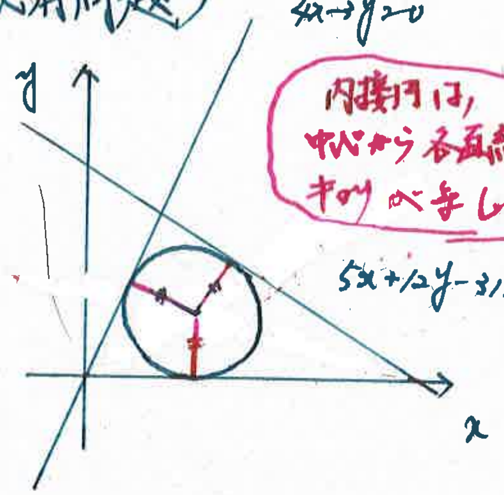
$r=15$ のとき内接するので，それより大きければよい

(3) (1)より

$\boxed{0<r<11,\quad r>15}$

半径は正なので。

（応用問題）



内接円は、中心から各直線までの距離が等しい

中心(a, b)とおくと。
中心から、それぞれの直線への距離は等しい。

○点(a, b)と $y=0$ との距離。

$|b| = b$. （∵図より三角形の内部にあるので）

↑図より明らかに正

○点(a, b)と $4x-3y=0$ との距離

$$\frac{|4a-3b|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} \quad —(\#)$$

ここで、点(a, b)は、$y=\frac{4}{3}x$ より下にあるので。

$b < \frac{3}{4}a$.

∴ $4a-3b>0$

したがって。

$$(\#) = \frac{4a-3b}{5}$$

○点(a, b)と $5x+12y-315=0$ との距離

$$\frac{|5a+12b-315|}{\sqrt{5^2+12^2}} \quad —(*)$$

ここで、点(a, b)は、$y=-\frac{5}{12}x+\frac{315}{12}$ より下にあるので、

$$b < -\frac{5}{12}a+\frac{315}{12}$$

よって。

$5a+12b-315<0$.

したがって。

$$(*) = \frac{-5a-12b+315}{13}$$

以上より。

$$\begin{cases} b = \dfrac{4a-3b}{5} & \therefore\ a=2b \\ b = \dfrac{-5a-12b+315}{13} & \therefore\ a+5b=63 \end{cases}$$

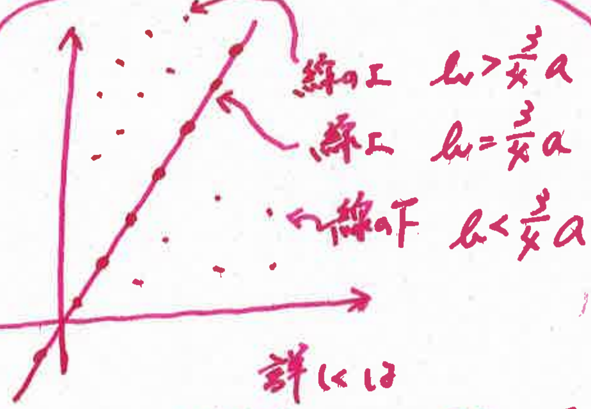
よって $a=18,\ b=9$.

中心 $(18, 9)$.

内接円が $y=0$ (x軸)と接するので。

$$\boxed{(x-18)^2+(y-9)^2=81}$$

点と直線の距離の公式を使うと絶対値が出てきて面倒だが、点の位置関係から絶対値を外すことができることが多い。
よくある解法なのでマスターしてください…



詳しくは教科書P104で扱います