

4個のサイコロを同時に投げるとき、出る目すべての積を  $X$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $X$  が 25 の倍数になる確率を求めよ。
- (2)  $X$  が 4 の倍数になる確率を求めよ。
- (3)  $X$  が 100 の倍数になる確率を求めよ。

[2020年 九州大学 文理共通]

4個のサイコロを同時に投げるとき、出る目すべての積を  $X$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $X$  が 25 の倍数になる確率を求めよ。
- (2)  $X$  が 4 の倍数になる確率を求めよ。
- (3)  $X$  が 100 の倍数になる確率を求めよ。

[2020年 九州大学 文理共通]

(1) 余事象を考える。

志-A9

「 $X$  が 25 の倍数にはならない」

- (i) 5 の目が 1 だけ出る。
- (ii) 5 の目が 1 だけ出る。

$$(i) \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$$

$$(ii) 4C_1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{500}{1296}$$

よって、求める確率は、

$$1 - \left\{ \frac{625}{1296} + \frac{500}{1296} \right\} = \boxed{\frac{19}{144}}$$

(2) 余事象を考える。

志-A9

「 $X$  が 4 の倍数にはならない」

- (i) 奇数の目だけ出る。
- (ii) 2, 6 の目が 1 個だけ出る。残りのサイコロは、1, 3, 5 の目だけが出る。

$$(i) \left(\frac{3}{6}\right)^4 = \frac{81}{1296}$$

$$(ii) 4C_1 \cdot \left(\frac{2}{6}\right) \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^3 = \frac{216}{1296}$$

よって、求める確率は、

$$1 - \left( \frac{81}{1296} + \frac{216}{1296} \right) = \boxed{\frac{37}{48}}$$

(3) 余事象を考える

「 $X$  が 100 の倍数にはならない」

(i) 5 の目が 1 だけ出る。

(ii) 5 の目が 1 だけ出る。

(iii) 5 の目が 2 だけ出る。残り 2 は 1, 3 の目だけ。

(iv) 5 の目が 2 だけ出る。1 は 1, 2, 6 の目、その他は 1, 3 の目。

(v) 5 の目が 3 だけ出る。残り 1 は 1, 2, 3, 6 の目。

(vi) 5 の目が 4 だけ出る。

(i) より

$$(i) \cdot (iii) \quad \frac{625}{1296}, \frac{500}{1296}$$

$$(iii) 4C_2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{24}{1296}$$

$$(iv) \frac{4!}{2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{6}\right) = \frac{48}{1296}$$

$$(v) 4C_3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{6}\right) = \frac{16}{1296}$$

$$(vi) \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296}$$

よって、求める確率は、

$$1 - \left( \frac{625 + 500 + 24 + 48 + 16 + 1}{1296} \right) = \boxed{\frac{41}{648}}$$

場合分け  
とすると  
は、何か  
1 と 2 だけ  
と 1  
考えると  
よい。

(1)・(2)に関しては 青本+A例題9  
とほぼ同じ問題です。

解法はかた人は確認しよう!

今回は余事象を用いて求めたが、  
もちろん、直接求めることもできる。

(1) 別解

「Xが25の倍数とほら」

- (i) 5の目が2つ出て、残り5以外の目
- (ii) 5の目が3つ出て、残り5以外の目
- (iii) 5の目が4つ出る

$$(i) {}_4C_2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{150}{1296}$$

$$(ii) {}_4C_3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{20}{1296}$$

$$(iii) \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{1296}$$

$$\therefore \frac{150+20+1}{1296} = \boxed{\frac{171}{1296}}$$

別解のよくある間違え.....

2個 5の目が下で、残りは何でもよい

$$\therefore \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{36}$$

or

$${}_4C_2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot 1^2 = \frac{1}{6}$$

ほて"違"うのか考えよう...

(3)は様子は多分で解くことが  
できます。

今回は、「5の目」に着目して、  
場合分けをしよう。

「偶数の目」だと2・6と4の  
扱いか異なり難しいがほと  
感じながらです。

どう場合分けをしたらよいかは、  
見直しを持つ必要があるのよ。  
訓練がいろいろある。

(3) 別解

「Xが100の倍数とほら」

- (i) 2・6の目が2つ出て、5の目が2つ出る
- (ii) 4の目が1つ出て、5の目が3つ出る
- (iii) 4の目が1つ出て、5の目が2つ出て、  
1・2・3・6の目が1つずつ出る

続きは考えてみよう!